

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ЗАОЗЕРНАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ**

№ 16 г. ТОМСКА
634009, г. Томск,
пер. Сухоозерный, 6
тел./факс 402519, 405974
school16@education70.ru

Утверждаю:

_____ 2024г.

Директор МАОУ Заозерной
СОШ №16 г. Томска
_____/Астраханцева Е.В.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ПО МАТЕМАТИКЕ
(вероятность и статистика)**

База реализации:

Обучающиеся: 10-11 классов

Педагоги, реализующие программу:
Федорова Е. Ю., Моисеева Т. К., Неморе Ю. В.,
Бикмухаметов С.Ю, Чижик И.С.

Томск – 2024

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является

актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

1. ОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Изучение математики **в 10-11 классе** направлено на достижение обучающимися личностных, метапредметных и предметных результатов освоения учебного предмета.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) **гражданского воспитания:** сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) **патриотического воспитания:** сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) **духовно-нравственного воспитания:** осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) **эстетического воспитания:** эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) **физического воспитания:** сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) **трудового воспитания:** готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) **экологического воспитания:** сформированность экологической культуры, понимание влияния социальноэкономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических

знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; 8) ценности научного познания: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация: составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Предметные результаты освоения федеральной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в рамках отдельных учебных курсов в соответствующих разделах настоящей программы.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;
- свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;
- находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

- оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;
- применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;
- свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;
- свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;
- свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;
- свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;
- вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.
- **10 класс**

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы | Реализация программы воспитания. |
|---|--|------------------|-----------------------------------|------------------------------------|---|---|
| | | всего | контр ольн ые работ ы | практ ическ ие работ ы | | |
| 1. Элементы теории графов 3 часа | | | | | | |
| 1.1 | Граф, связный граф, представление задачи с | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/informatika/6-klass/teoreticheskie-osnovy-informatiki- | Физическое воспитание. Демонстрирующий навыки |

| | | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|--|
| | помощью графа. | | | | 7279381/graf-vidy-grafov-13573/re-5376efa2-da6c-47cd-aea5-a40ae2188c08 | рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), состояния других людей с точки зрения безопасности, сознательного управления своим эмоциональным состоянием, развивающий способности адаптироваться к стрессовым ситуациям в общении, в разных коллективах, к меняющимся условиям (социальным, информационным, природным). |
| 1.2 | Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/informatika/6-klass/teoreticheskie-osnovy-informatiki-7279381/graf-vidy-grafov-13573/re-5376efa2-da6c-47cd-aea5-a40ae2188c08 | |
| 1.3 | Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/informatika/6-klass/teoreticheskie-osnovy-informatiki-7279381/graf-vidy-grafov-13573/re-5376efa2-da6c-47cd-aea5-a40ae2188c08 | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| 2. Случайные опыты, случайные события и вероятности событий 3 часа. | | | | | | |
| 2.1 | Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/veroyatnost-i-statistika/7-klass/veroiatnost-i-chastota-sluchainogo-sobytiia-7276435/sluchainyi-opyt-i-sluchainoe-sobytie-7274125/re-0f037ac9-f493-4eae-8f93-03caca6817f5 https://foxford.ru/wiki/matematika/sluchaynyy-opyt-i-sluchaynoye-sobytiye?ysclid=lldy1wzdz3693755165 | Эстетическое воспитание. Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей в разных видах искусства с учётом российских традиционных духовных и нравственных ценностей, на эстетическое обустройство |
| 2.2 | Вероятность случайного события. | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4089/conspet/131702/ | |

| | | | | | | |
|--|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | собственного быта. |
| 2.3 | Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/veroyatnost-i-statistika/8-klass/veroiatnost-sluchainogo-sobytiia-7287888/elementarnye-sobytiia-vidy-sobytii-7283599/re-97189d36-5ea9-490b-bc58-75f5326a03ec https://100urokov.ru/predmety/urok-9-teoriya-veroyatnosti?ysclid=lldy4ncm6k198122615 | |
| 3. Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события 5 часов | | | | | | |
| 3.1 | Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4089/conspet/131702/ | |
| 3.2 | Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. | 2 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-teorii-veroiatnostei-9277/nezavisimye-sobytiia-umnozhenie-veroiatnostei-12797/re-4ab0c005-951c-48de-854e-7b56703d2104 https://resh.edu.ru/subject/lesson/4064/conspet/38068/ | |
| 3.3 | Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события | 1 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4079/conspet/38318/ | |
| 4. Элементы комбинаторики 4 часа | | | | | | |
| | | | | | | Трудовое воспитание. Ориентированный на осознанный выбор сферы трудовой, профессиональной деятельности в российском обществе с учётом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, общества. |

| | | | | | | |
|---|---|---|--|--|---|--|
| 4.1 | Комбинаторное правило умножения. | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/2572/start/ https://resh.edu.ru/subject/lesson/2119/start/ https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-kombinatoriki-9340/pravilo-proizvedeniia-9341 | |
| 4.2 | Перестановки и факториал. | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/2120/start/ | |
| 4.3 | Число сочетаний. | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/2118/start/ | |
| 4.4 | Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-kombinatoriki-9340/treugolnik-paskalia-binom-niutona-9489 | |
| 5. Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности 5 часов. | | | | | | |
| 5.1 | Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. | 1 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4929/conspett/38411/ https://oblakoz.ru/conspett/534500/binarnaya-sluchaynaya-velichina-primery-raspredeleniy?ysclid=lldyilv8nj169578299 | Ценности научного познания. Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверной научной информации и критики антинаучных представлений. Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в |
| 5.2 | Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых | 2 | | | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4929/conspett/38411/ https://resh.edu.ru/subject/lesson/4064/start/38 | |

| | | | | | | |
|--|--|---|--|---|--|--|
| | испытаний Бернулли. | | | | 069/ | естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской деятельности. |
| 5.3 | Случайный выбор из конечной совокупности. | 1 | | | | |
| 5.4 | Практическая работа с использованием электронных таблиц | 1 | | 1 | https://resh.edu.ru/subject/lesson/4929/conспект/38411/ | |
| 6. Случайные величины и распределения 14 часов. | | | | | | |
| 6.1 | Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-matematicheskoi-statistiki-9176/sluchainye-velichiny-12001/re-1f57e6cd-53ec-4d32-9ea2-134aec02c49f https://infourok.ru/urok-na-temu-raspredelenie-veroyatnosti-2924804.html?ysclid=lldynzpz0k3870235236 | Эстетическое воспитание. Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей в разных видах искусства с учётом российских традиционных духовных и нравственных ценностей, на эстетическое обустройство собственного быта. |
| 6.2 | Операции над случайными величинами. Примеры распределений. | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-matematicheskoi-statistiki-9176/sluchainye-velichiny-12001/re-1f57e6cd-53ec-4d32-9ea2-134aec02c49f https://resh.edu.ru/subject/lesson/4089/conспект/131702/ | Физическое воспитание. Демонстрирующий навыки рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), состояния других людей с точки зрения безопасности, сознательного управления своим эмоциональным состоянием, развивающий способности адаптироваться к стрессовым |
| 6.3 | Бинарная случайная величина. | 1 | | | https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/elementy-matematicheskoy-statistiki-kombinatoriki-i-teorii-veroyatnosti/diskretnye-sluchaynye-velichiny- | |

| | | | | | | |
|-----|--|---|--|--|---|---|
| | | | | | profilnyy-uroven?ysclid=lldyt3bek1311196655 | ситуациям в общении, в разных коллективах, к меняющимся условиям (социальным, информационным, природным). |
| 6.4 | Геометрическое распределение. | 1 | | | https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/elementy-matematicheskoy-statistiki-kombinatoriki-i-teorii-veroyatnosti/diskretnye-sluchaynye-velichiny-profilnyy-uroven?ysclid=lldyt3bek1311196655 | |
| 6.5 | Биномиальное распределение. | 1 | | | https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/elementy-matematicheskoy-statistiki-kombinatoriki-i-teorii-veroyatnosti/diskretnye-sluchaynye-velichiny-profilnyy-uroven?ysclid=lldyt3bek1311196655 | |
| 6.6 | Математическое ожидание случайной величины. | 1 | | | https://ege-ok.ru/2019/04/22/matematicheskoe-ozhidanie | |
| 6.7 | Совместное распределение двух случайных величин. | 1 | | | https://ptlab.mccme.ru/vertical | |
| 6.8 | Независимые случайные величины. | 1 | | | | |
| 6.9 | Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. | 1 | | | https://ege-ok.ru/2019/04/22/matematicheskoe-ozhidanie https://oblakoz.ru/conspect/490669/osnovnye-diskretnye-sluchaynye-raspredeleniya?ysclid=lldz0tpyeh602255026 | |

| | | | | | |
|------|--|---|---|--|--|
| 6.10 | Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. | 1 | | | https://ege-ok.ru/2019/04/22/matematicheskoe-ozhidanie https://oblakoz.ru/conspect/490669/osnovnye-diskretnye-sluchaynye-raspredeleniya?ysclid=lldz0tpyeh602255026 |
| 6.11 | Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. | 1 | | | https://ptlab.mccme.ru/vertical https://infourok.ru/urok-po-algebre-i-nachalam-analiza-dispersiya-i-srednee-kvadraticnoe-otklonenie-11-klass-4278563.html?ysclid=lldz3211i7850847871 |
| 6.12 | Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. | 1 | | | |
| 6.13 | Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц | 1 | 1 | | https://ptlab.mccme.ru/vertical |

11 класс

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы | Реализация программы воспитания. |
|-------|---------------------------------------|------------------|---------------------|----------------------|--|----------------------------------|
| | | всего | контр ольн ые | практ ическ ие | | |
| | | | | | | |

| | | | работ ы | работ ы | | |
|---|---|---|------------|------------|---|--|
| 1. Закон больших чисел 5 ч. | | | | | | |
| 1.1 | Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. | 1 | | | | Ценности научного познания. Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверной научной информации и критики антинаучных представлений. Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской деятельности. |
| 1.2 | Теорема Бернулли. | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-matematicheskoi-statistiki-9176/zakon-raspredeleniia-veroiatnostei-zakon-bolshikh-chisel-10288/re-a76720ab-07dd-431a-b57a-19b9498e2a76 | |
| 1.3 | Закон больших чисел. | 1 | | | https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/nachalnye-svedeniia-matematicheskoi-statistiki-9176/zakon-raspredeleniia-veroiatnostei-zakon-bolshikh-chisel-10288/re-a76720ab-07dd-431a-b57a-19b9498e2a76 | |
| 1.4 | Выборочный метод исследований. | 1 | | | | |
| 1.5 | Практическая работа с использованием электронных таблиц | | | 1 | | |
| 2. Элементы математической статистики 6 часов. | | | | | | |
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|--|---|---|--|---|---|---|
| 2.1 | Генеральная совокупность и случайная выборка. | 1 | | | | <p>Физическое воспитание. Демонстрирующий навыки рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), состояния других людей с точки зрения безопасности, сознательного управления своим эмоциональным состоянием, развивающий способности адаптироваться к стрессовым ситуациям в общении, в разных коллективах, к меняющимся условиям (социальным, информационным, природным).</p> |
| 2.2 | Знакомство с выборочными характеристиками. | 1 | | | | |
| 2.3 | Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. | 1 | | | | |
| 2.4 | Оценивание вероятностей событий по выборке. | 1 | | | | |
| 2.5 | Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. | 1 | | | | |
| 2.6 | Практическая работа с использованием электронных таблиц | | | 1 | | |
| <p>3. Непрерывные случайные величины (распределения),показательное и распределения. 4 часа.</p> | | | | | | |
| 3.1 | Примеры непрерывных случайных величин. Функция | 1 | | | https://www.matburo.ru/ex_tv.php?pl=tvnorm&ysclid=lldza94fe3695753120 | |

| | | | | | | |
|--|---|---|--|---|--|--|
| | плотности вероятности. | | | | https://spravochnick.ru/matematika/normalnoe-raspredelenie/?ysclid=lldzb3el8h567061502 | |
| 3.2 | Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. | 1 | | | https://www.matburo.ru/ex_tv.php?p1=tvnorm&ysclid=lldza94fe3695753120 https://spravochnick.ru/matematika/normalnoe-raspredelenie/?ysclid=lldzb3el8h567061502 | Ценности научного познания. Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверной научной информации и критики антинаучных представлений. Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской деятельности. |
| 3.3 | Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения | 2 | | | https://www.matburo.ru/ex_tv.php?p1=tvnorm&ysclid=lldza94fe3695753120 https://spravochnick.ru/matematika/normalnoe-raspredelenie/?ysclid=lldzb3el8h567061502 | |
| | | | | | | |
| 4. Распределение Пуассона 2 часа. | | | | | | Эстетическое воспитание. Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей в разных видах искусства с учётом российских традиционных духовных и нравственных ценностей, на эстетическое обустройство собственного быта. |
| 4.1 | Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. | 1 | | | | |
| 4.2 | Практическая работа с использованием электронных таблиц | 1 | | 1 | | |

| 5. Связь между случайными величинами 6 часов. | | | | | | |
|--|---|---|--|---|--|--|
| 5.1 | Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. | 1 | | | | |
| 5.2 | Совместные наблюдения двух величин. | 1 | | | | |
| 5.3 | Выборочный коэффициент корреляции. | 1 | | | | |
| 5.4 | Различие между линейной связью и причинноследственной связью. | 1 | | | | |
| 5.5 | Линейная регрессия. | 1 | | | | |
| 5.6 | Практическая работа с использованием электронных таблиц | 1 | | 1 | | |
| 6. Обобщение и систематизация знаний 11 часов. | | | | | | Трудовое воспитание. Ориентированный на осознанный выбор сферы трудовой, профессиональной деятельности в российском обществе с учётом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, |
| 6.1 | Закон больших чисел | 2 | | | | |
| 6.2 | Элементы математической статистики | 2 | | | | |
| 6.3 | Непрерывные случайные величины (распределения),показат | 2 | | | | |

| | | | | | | |
|-----|-----------------------------------|---|---|--|--|-----------|
| | ельное и распределения | | | | | общества. |
| 6.4 | Распределение Пуассона | 2 | | | | |
| 6.5 | Связь между случайными величинами | 2 | | | | |
| 6.6 | Контрольная работа | | 1 | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Приложение 1

График контрольных работ по вероятности и статистике на 2024-2025 учебный год

| Класс | Дата | Итоговые результаты | Способ оценки |
|--|---------------------|---|--|
| <i>Контрольные работы / количество - 3</i> | | | |
| 10 | 13.11.24 - 19.11.24 | <p>Контрольная работа по теме «Операции над множествами и событиями. Сложение и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события.»</p> <p><i>Предметные результаты:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач; - оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта; <p><i>Метапредметные результаты:</i></p> | <p>Тематическая оценка (письменный опрос, задачи с развёрнутым решением)</p> |

| | | |
|---------------------|---|---|
| | -Познавательные УУД, базовые логические действия: выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; | |
| 20.05.25 - 25.05.25 | <p>Контрольная работа по теме «Итоговая контрольная работа».</p> <p><i>Предметные результаты:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - читать и строить таблицы и диаграммы; - оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных; - оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах; - находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач; - оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта; - применять комбинаторное правило умножения при решении задач; оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли; - оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения. <p><i>Метапредметные результаты:</i></p> <p>-познавательные УУД, базовые исследовательские действия: воспринимать,</p> | <p>Тематическая оценка</p> <p>(письменный опрос, задачи с развёрнутым решением)</p> |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях. | |
|--|--|--|--|

| Класс | Дата | Итоговые результаты | Способ оценки |
|--|------------------------|---|---|
| <i>Контрольные работы / количество - 1</i> | | | |
| 11 | 20.05.24 - 25.05.24 | <p>Контрольная работа по теме «Итоговая контрольная работа».</p> <p><i>Предметные результаты:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм; - оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению; - иметь представление о законе больших чисел; - иметь представление о нормальном распределении. <p><i>Метапредметные результаты:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - познавательные УУД, базовые исследовательские действия: воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях. | <p>Тематическая оценка</p> <p>(письменный опрос, задачи с развёрнутым решением)</p> |

Контрольная Работа № 1.

1.

Бросают две игральные кости. Событие A – «на первой кости выпало 3 очка». Событие B – «на второй кости выпало 4 очка»

- а) Выпишите все элементарные события, благоприятствующие событию $A \cup B$.
- б) Опишите словами событие $A \cap B$.
- в) Найдите вероятность события $A \cap B$.

2. Деталь последовательно изготавливается на трех станках. Первый станок допускает брак с вероятностью 0,05, второй с вероятностью 0,03, третий с вероятностью 0,02. Вероятность получения годной детали составляет...

3. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

4. Две лампы. Вероятность, что перегорит одна равна 0,3. Какова вероятность, что хотя бы одна не перегорит.

5. В эксперименте используются карточки белого и зеленого цветов, на которых изображены геометрические фигуры: квадрат или треугольник. Вероятность того, что на зеленой карточке изображен треугольник, равна 0,85. Для белой карточки эта вероятность равна 0,9. Найти вероятность того, что наудачу взятая карточка будет содержать треугольник, если в эксперименте используется одинаковое количество карточек зеленого и белого цветов.

6. Имеются две одинаковые коробки с конфетами. В первой коробке находятся 7 конфет с персиком и 5 с клубникой, во второй – 8 конфет с клубникой и 4 с персиком. Наудачу выбирается одна коробка и из неё наугад извлекается конфета. Какова вероятность того, что эта конфета с клубникой?

Критерии оценивания:

Каждое выполненное задание в номере 1 оценивается в 1 балл. Задание 2, 3, 4, 5, 6 оцениваются в 1 балл.

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|---|
| Балл | 0-3 | 4-5 | 6-7 | 8 |
| Оценка | 2 | 3 | 4 | 5 |

Тематическая диагностическая работа по теории вероятностей и статистике для учащихся 10 классов

Вариант 1

Для заданий 1–4 запишите только ответ. Для заданий 5–7 запишите полное решение и ответ.

- 1** Игральную кость подбрасывают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало меньше 4 очков.
- 2** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 – из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Швеции.
- 3** В люстру ввернули две новые совершенно одинаковые лампочки. Вероятность того, что в течение первого месяца службы лампочка перегорит, для обеих лампочек одна и та же. Перегореть лампочки могут независимо друг от друга. Известно, что вероятность того, что к концу первого месяца обе лампочки будут исправны, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в течение первого месяца обе лампочки перегорят.
- 4** В некотором месте плохая мобильная связь. Известно, что, находясь в этом месте, вероятность успешно отправить SMS, равна 0,9. Какова вероятность того, что из четырёх SMS три окажутся отправленными, а одну отправить не удастся?

- 5** На уроке физкультуры школьники тренировались в прыжках в длину. В таблице даны длины прыжков (в см) одного из школьников. Среднее арифметическое результатов равно 151,8 см.
- а) Найдите медиану, а также наибольшее и наименьшее значение результатов.

| Попытка | Результат (см) | Попытка | Результат (см) |
|---------|----------------|---------|----------------|
| 1 | 51 | 6 | 225 |
| 2 | 232 | 7 | 49 |
| 3 | 227 | 8 | 226 |
| 4 | 227 | 9 | 210 |
| 5 | 223 | | |

- б) Какая из четырех мер (среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее) лучше подходит для описания наивысшего достижения этого школьника? Какая величина лучше подходит для описания типичного прыжка? Обоснуйте свой ответ.

6 В конце некоторой игры Андрей имеет две попытки, чтобы, бросая монету, выбросить орла. Если оба раза выпадает решка, то Андрей проигрывает. Известно, что Андрей выиграл. Найдите вероятность того, что Андрею пришлось подбрасывать монету дважды.

7 Случайные величины X и Y независимы и имеют следующие распределения:

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0,5 & p & 0,3 \end{pmatrix}, \quad Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

- Найдите неизвестную вероятность p .
- Чему равно математическое ожидание случайной величины X ?
- Найдите распределение случайной величины $Z = X + Y$.

Вариант 1**Ответы к заданиям 1–4**

| № задания | Ответ |
|-----------|--------|
| 1 | 0,25 |
| 2 | 0,36 |
| 3 | 0,01 |
| 4 | 0,2916 |

Решения и критерии оценивания заданий 5 – 7

- 5** а) Расположим 9 чисел в порядке возрастания:
49, 51, 210, 223, 225, 226, 227, 227, 232.

Медианой является пятое число в этом ряду: 225.

б) Чем дальше прыгнул спортсмен, тем лучше. Поэтому лучший результат – это наибольший результат. Наибольшее и наименьшее показывают наилучший и наихудший результаты. Из-за двух неудачных прыжков (49 и 51 см) среднее арифметическое оказалось намного меньше, чем большая часть результатов. Медиана 225 см находится в наиболее многочисленной группе результатов, поэтому она и показывает типичный результат.

Ответ: а) 225 см.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Найдена медиана и имеется разумное рассуждение в пункте б) | 2 |
| Найдена медиана, рассуждение в пункте б) неверно, отсутствует или не имеет отношения к вопросу | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

- 6** Введем обозначения событий: A «Андрей бросал два раза» и B «Андрей выиграл». Нужно найти условную вероятность $P(A|B)$:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Событие B «Андрей выиграл» является объединением двух событий B_1 «Андрей выбросил орла в первый раз» и B_2 «Андрей в первый раз выбросил решку, а во второй раз – орла». Эти события несовместны, а их вероятности равны

$$P(B_1) = 0,5 \text{ и } P(B_2) = 0,25,$$

поэтому $P(B) = 0,75$. Событие $A \cap B$ состоит в том, что Андрей в первый раз выбросил решку, а во второй – орла, поэтому совпадает с событием B_2 : $P(A \cap B) = P(B_2) = 0,25$. Подставим найденные значения:

$$P(A|B) = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Примечание: задачу также можно решить с помощью графа или с помощью перечисления благоприятствующих равновозможных исходов эксперимента.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 1 |

7

а) Сумма вероятностей в распределении равна 1. Следовательно,

$$p = 1 - 0,5 - 0,3 = 0,2.$$

б) Математическое ожидание EX можно найти по формуле, зная распределение:

$$EX = -1 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,3 = 0,4.$$

в) По условию величины X и Y независимы. Поэтому значение одной не влияет на вероятность появления любого значения другой величины, а вероятность каждой пары $X = a, Y = b$ равна произведению соответствующих вероятностей. Получаем:

$$Z = \begin{pmatrix} -1+1 & -1+2 & 0+1 & 0+2 & 3+1 & 3+2 \\ 0,5 \cdot 0,4 & 0,5 \cdot 0,6 & 0,2 \cdot 0,4 & 0,2 \cdot 0,6 & 0,3 \cdot 0,4 & 0,3 \cdot 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0,2 & 0,3 & 0,08 & 0,12 & 0,12 & 0,18 \end{pmatrix}.$$

Значение 1 в получившейся таблице записано дважды. Запишем его один раз, сложив соответствующие вероятности:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0,2 & 0,38 & 0,12 & 0,12 & 0,18 \end{pmatrix}.$$

Для самопроверки полезно убедиться, что сумма всех найденных вероятностей равна 1.

Ответ: а) $p = 0,2$; б) $EX = 0,4$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0,2 & 0,38 & 0,12 & 0,12 & 0,18 \end{pmatrix}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|--------------|
| Обоснованно получены верные ответы во всех трёх пунктах <i>a)</i> , <i>б)</i> и <i>в)</i> | 3 |
| Верно решены два из трёх пунктов <i>a)</i> , <i>б)</i> и <i>в)</i> | 2 |
| Верно решён только один из пунктов <i>a)</i> , <i>б)</i> или <i>в)</i> | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

Критерии оценивания:

Задание 1 - 4 оцениваются в 1 балл.

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|------|
| Балл | 0-3 | 4-5 | 6-8 | 9-10 |
| Оценка | 2 | 3 | 4 | 5 |